

## Lista de exercícios 6

PGE950 - Probabilidade | PPGE - UFPE

Prof. Pablo M. Rodriguez

1° Semestre de 2020

---

**Primeiros exercícios.** Realize os exercícios 1, 2, 7, 15, 16, páginas 63 a 67, de Exercícios de Probabilidade de Lebensztayn (livro disponível em <https://www.ime.unicamp.br/~lebensztayn/livro/livro.html>).

### Exercícios:

1. Prove que, para qualquer  $p \in [0, 1]$ , vale que  $\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} = 1$ .
  2. Um sistema é formado por  $n$  componentes, cada um dos quais irá funcionar, independentemente, com probabilidade  $p$ . O sistema total funciona de forma efetiva se pelo menos metade de seus componentes funcionar. Para que valores de  $p$  um sistema com 5 componentes tem maior probabilidade de funcionar corretamente do que um sistema com 3 componentes?
  3. Suponha que temos 3 moedas: uma moeda honesta, uma moeda que dá cara com probabilidade 0,3 e uma moeda que dá cara com probabilidade 0,9. Suponha que uma destas moedas é escolhida ao acaso e lançada 5 vezes.
    - (a) Qual é a probabilidade de que a moeda de cara exatamente 3 das 5 jogadas?
    - (b) Dado que a primeira dessas 5 jogadas dê cara, qual é a probabilidade condicional de que exatamente 4 das 5 jogadas deem cara?
    - (c) Dado que a moeda escolhida de cara exatamente 2 das 5 jogadas, qual é a probabilidade condicional de que a moeda escolhida seja a moeda honesta?
  4. Prove que, para qualquer  $\lambda > 0$  vale que  $\sum_{i=0}^{\infty} \left\{ \frac{e^{-\lambda} \lambda^i}{i!} \right\} = 1$ .
  5. Seja  $p(k) = P(X = k)$  a função de probabilidade correspondente a uma distribuição de Poisson com parâmetro  $\lambda$ . Verifique que  $p(0) = e^{-\lambda}$  e que  $p(k) = (\lambda/k)p(k-1)$ .
  6. Fregueses chegam a certa loja de acordo com um processo de Poisson com parâmetro 4 (em horas). Dado que a loja abre às 9h00, qual é a probabilidade de que exatamente um freguês chegue até às 9h30 e um total de cinco chegue até às 11h30?
  7. Suponha que pacotes SMTP chegam a um servidor de e-mails de acordo com um processo de Poisson com parâmetro 2. Seja  $N(s, t)$  o número de mensagens que chegam no intervalo de tempo  $(s, t]$  e denote  $N(t) := N(0, t)$ . Determine as seguintes probabilidades:
    - (a)  $P(N(1) = 2)$ ;
    - (b)  $P(\{N(1) = 2\} \cap \{N(3) = 6\})$ ;
    - (c)  $P(N(1) = 2 | N(3) = 6)$ ;
    - (d)  $P(N(3) = 6 | N(1) = 2)$ .
  8. Prove que, para qualquer  $p \in [0, 1]$ , vale que  $\sum_{i=1}^{\infty} p(1-p)^{i-1} = 1$ .
  9. Seja  $X \sim \text{Geom}(p)$ . Prove que  $P(X = n+k | X > n) = P(X = k)$ . Interprete esta propriedade.
- 

### ENTREGAR

os exercícios 3, 7 e 9 por e-mail ou por WhatsApp, escrito à mão, até o dia 17/07.