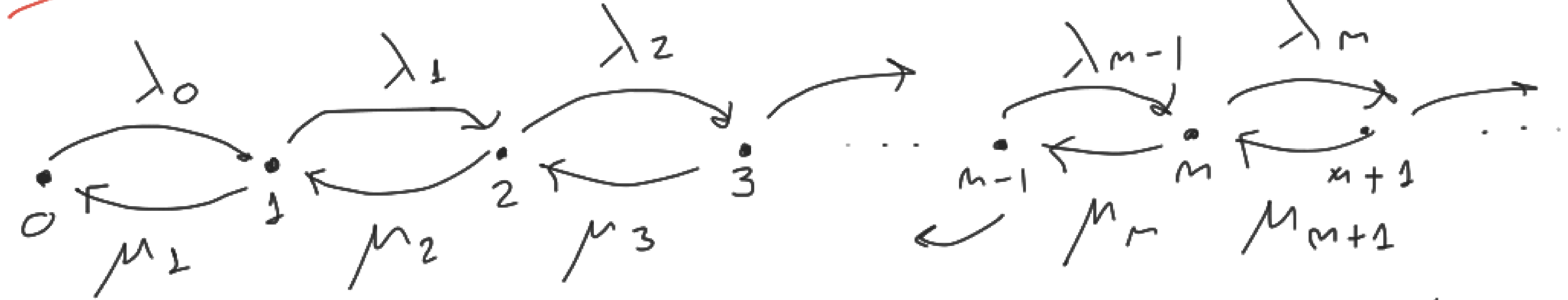
Processo de nascimento e morte com taxas $\{\lambda_n\}_{n \geq 0}$ e $\{\mu_n\}_{n \geq 1}$



Como $(X(t))_{t \geq 0}$, em que $X(t) = \#$ pessoas no tempo t

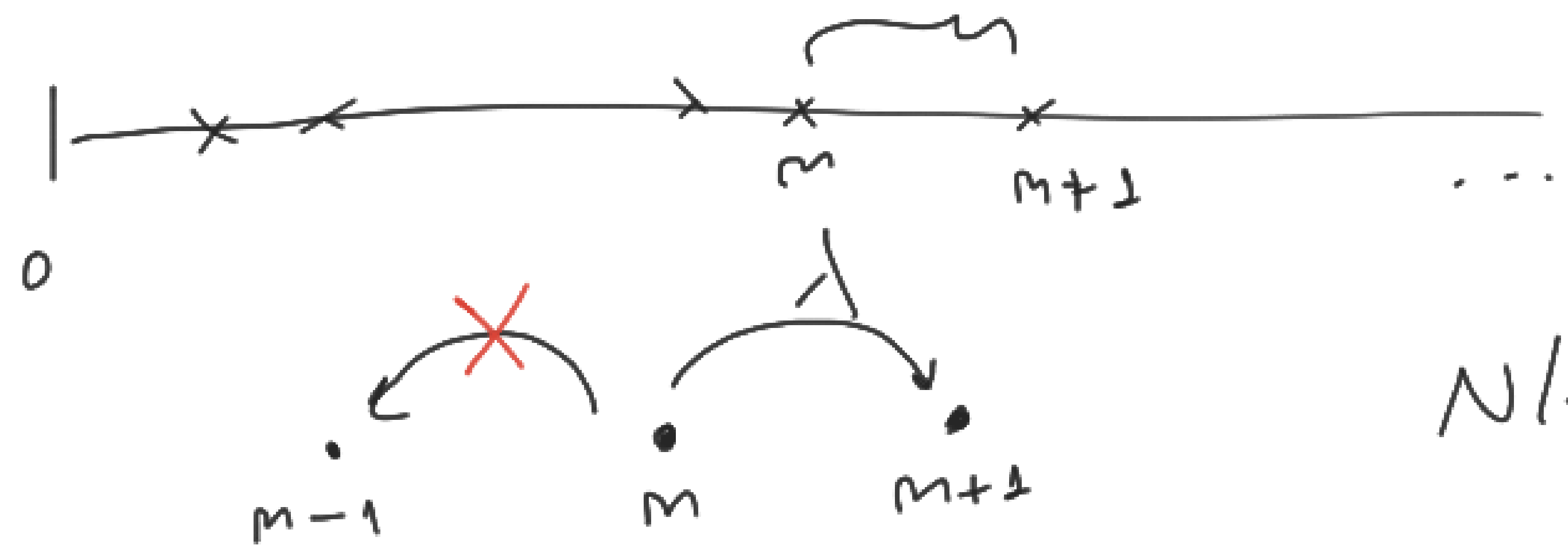
é uma C.M.T.C. então: $v_0 = \lambda_0$, $v_i = \lambda_i + \mu_i$, $i \neq 0$

e $P_{01} = 1$ $\quad P_{i,i+1} = \dfrac{\lambda_i}{\lambda_i + \mu_i}$ $\quad \forall\, i \neq 0$

$$P_{i,i-1} = \mu_i / (\lambda_i + \mu_i)$$

Exemplo (Processo de Poisson) de parâmetro λ

$$(N(t))_{t \geq 0}$$



$N(t) = \#$ pontos em $(0, t)$

Note que é uma C.N.M. com taxas

$$\lambda_n = \lambda, \quad n \geq 0$$

$$\mu_n = 0, \quad n \geq 1$$

Exemplo (Processo de Yule)

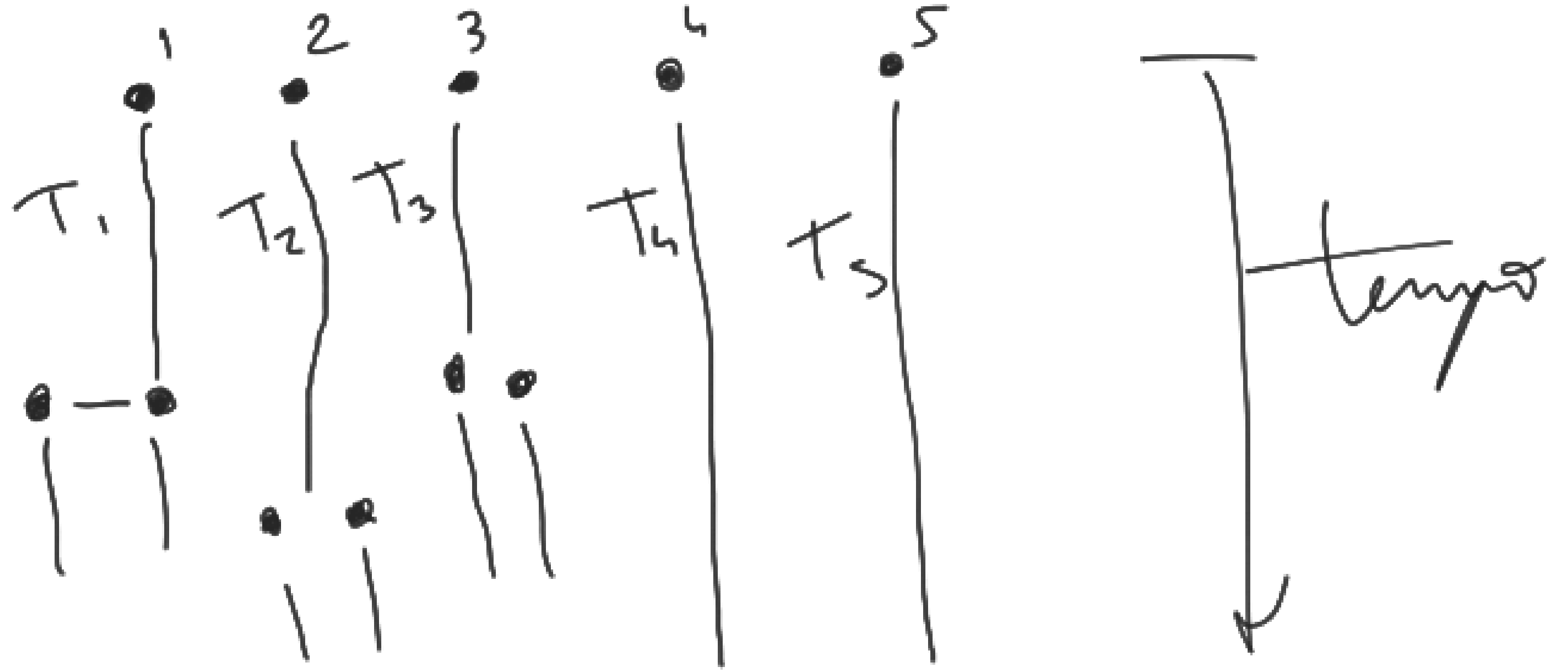
Considere uma população onde os indivíduos dão nascimento a novos indivíduos mas não podem morrer. Cada indiv. dá nascimento a outro após tempo $Exp(\lambda)$. Se $X(t)$ = # de indivíduos no tempo t então $(X(t))_{t\geq 0}$ é um C.N.M com taxas:

$(T_i \sim Exp(\lambda))$

$$\lambda_n = n \cdot \lambda \quad , \; n \geq 0$$

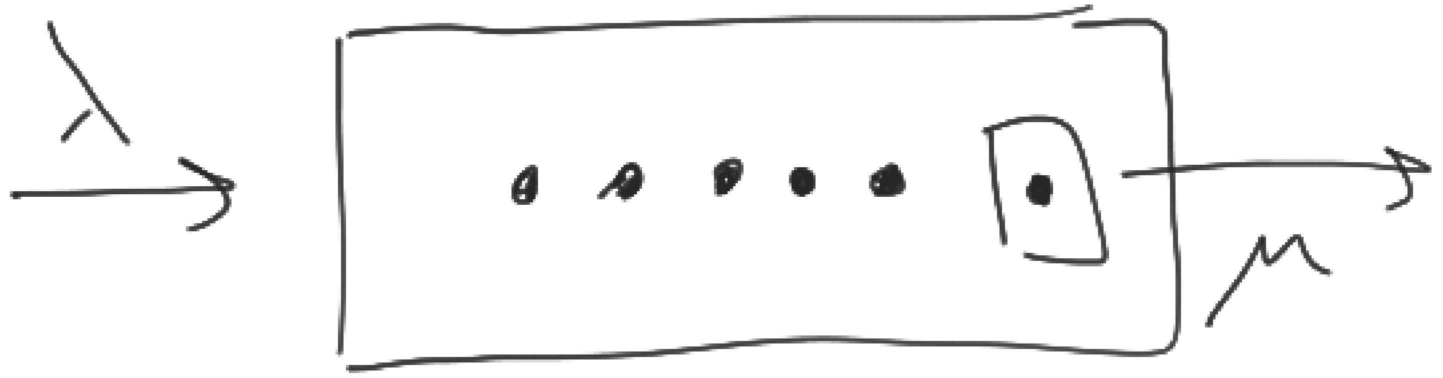
$$\mu_n = 0 \quad , \; n \geq 1$$

$n = 5$



<u>Exemplo</u>: (Modelo de Fila M/M/1)

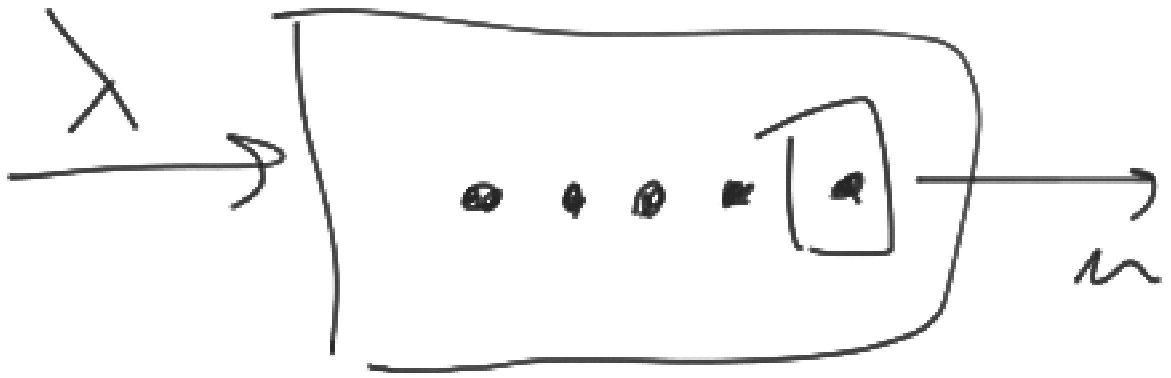
- sistema = 1 servidor, 1 fila



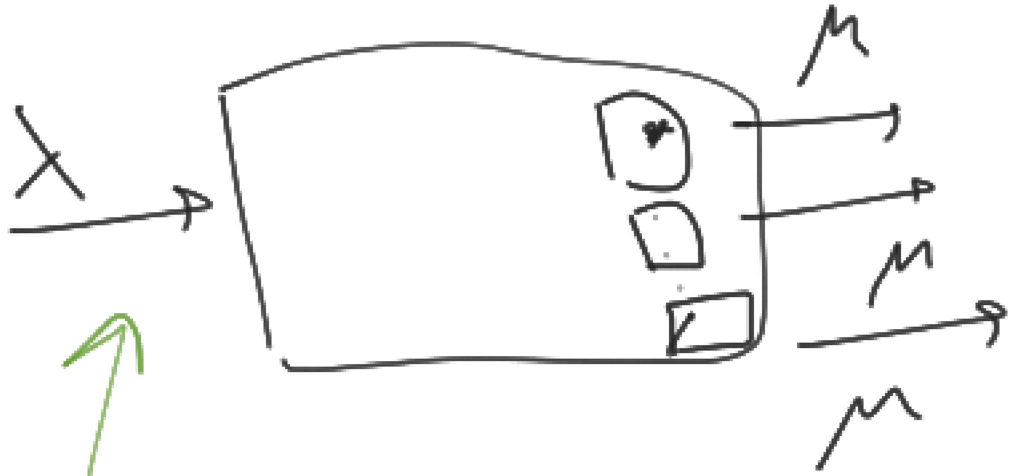
$X(t)$ = # de clientes no sistema no instante t $\Rightarrow$ $(X(t))_{t \geq 0}$ é uma C.M.T.

- clientes chegam de acordo a um P.P. (λ)
- se o servidor estiver vazio $\Rightarrow$ o cliente entra no servidor, mas se estiver ocupado $\Rightarrow$ o cliente se junta a uma fila única
- os tempos de atendimento são $Exp(\mu)$
  - todas as V.A. são independentes

com taxas:

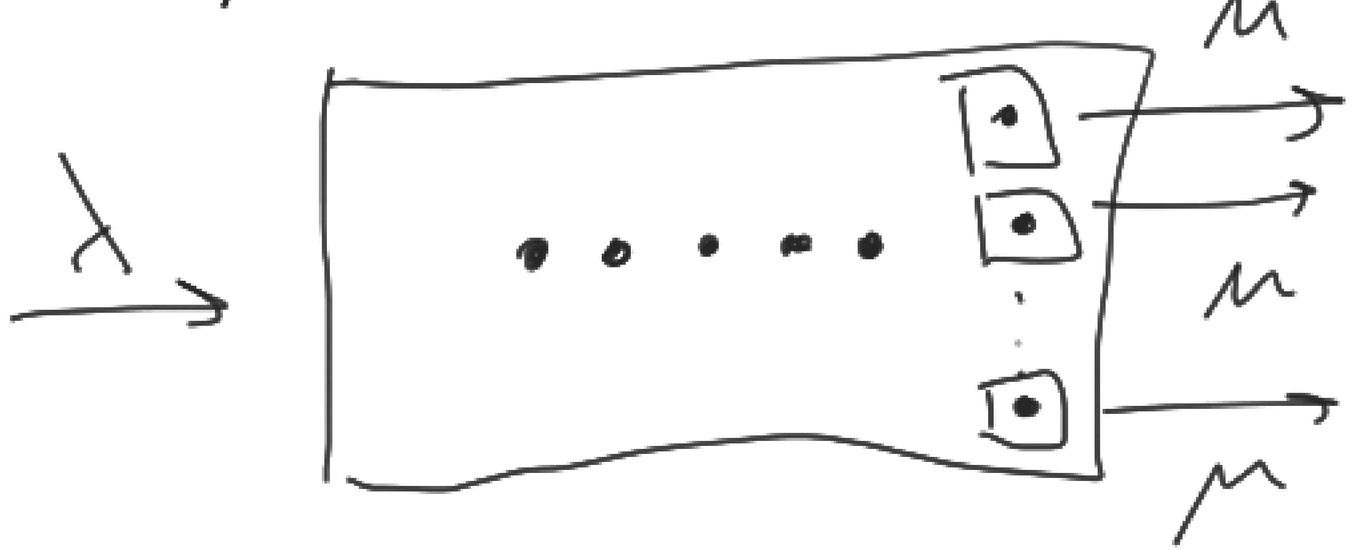


$$\lambda_n = \lambda, \quad n \geq 0$$



$$\mu_n = \mu, \quad n \geq 1$$

<u>Exemplo</u>: (Modelo de fila M/M/k) Se $X(t) = \#$ clientes no sistema



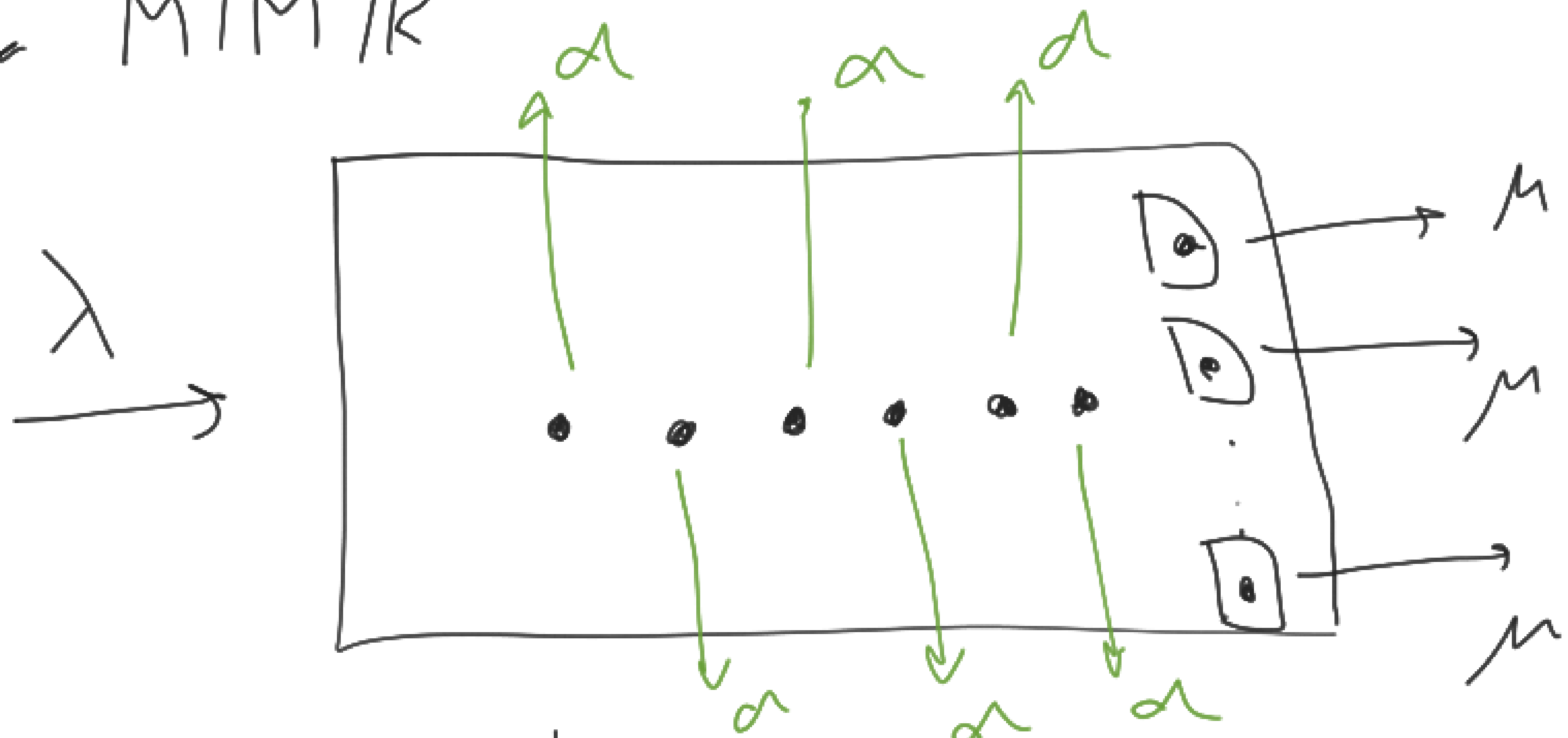
então $(X(t))_{t \geq 0}$ é C.N.M. com taxas

$$\lambda_n = \lambda, \quad n \geq 0 \qquad \mu_n = \begin{cases} k \cdot \mu, & \text{se } n \geq k \\ n\mu, & \text{se } n < k \end{cases}$$

fila M/M/k

$X(t) = \#$ clientes no sistema

$(X(t))_{t \geq 0}$



C.N.M. com taxas $\lambda_n = \lambda,\ n \geq 0,\ \mu_n = \begin{cases} k \cdot \mu, & n \geq k \\ n \cdot \mu, & n < k \end{cases}$

$\lambda_n = \lambda,\ n \geq 0$

$$\mu_n = \begin{cases} k \cdot \mu + (n-k)\alpha, & n > k \\ n \cdot \mu & n \leq k \end{cases}$$